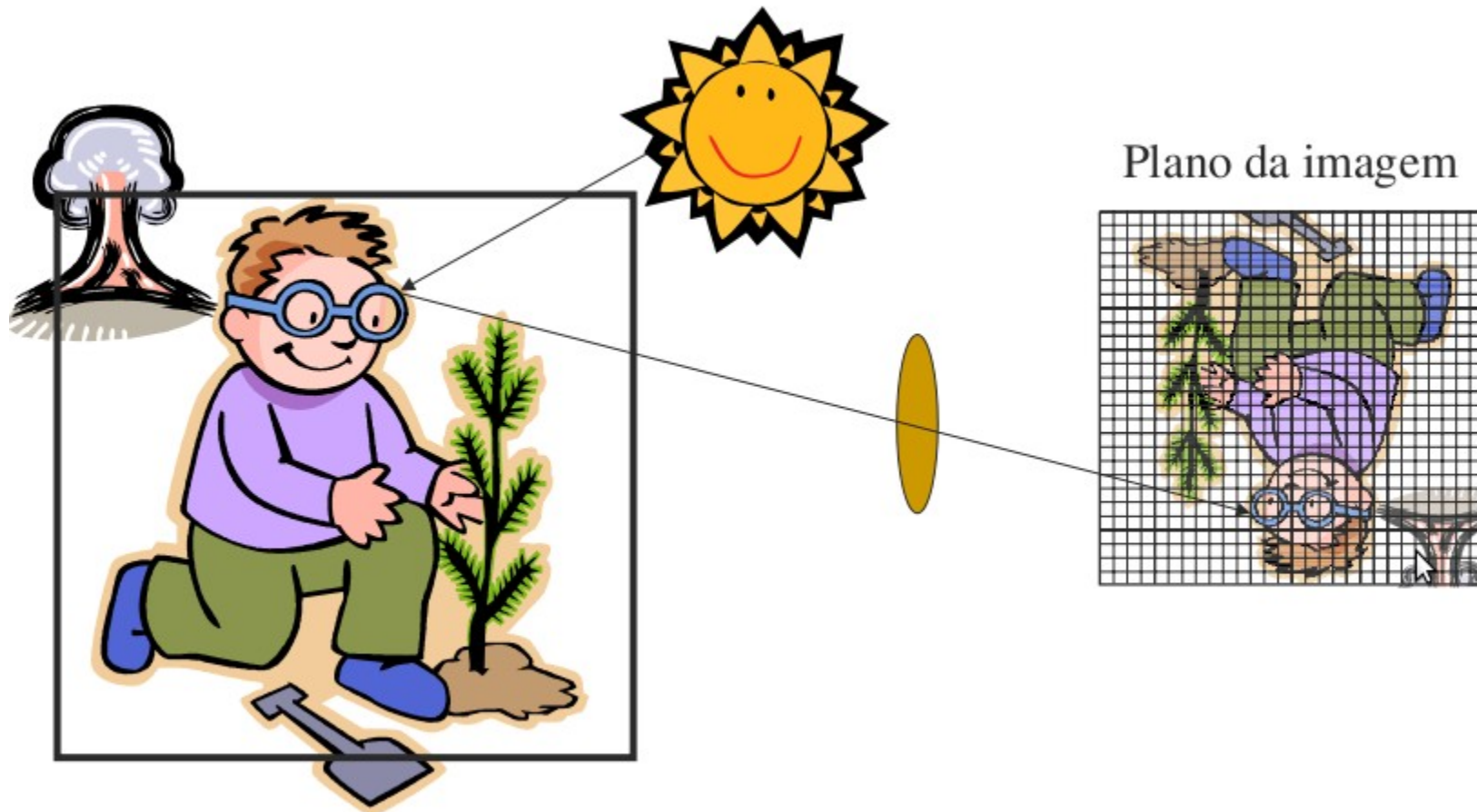


Análise em Frequência e Amostragem no processo de Formação de Imagens*

Erickson Nascimento

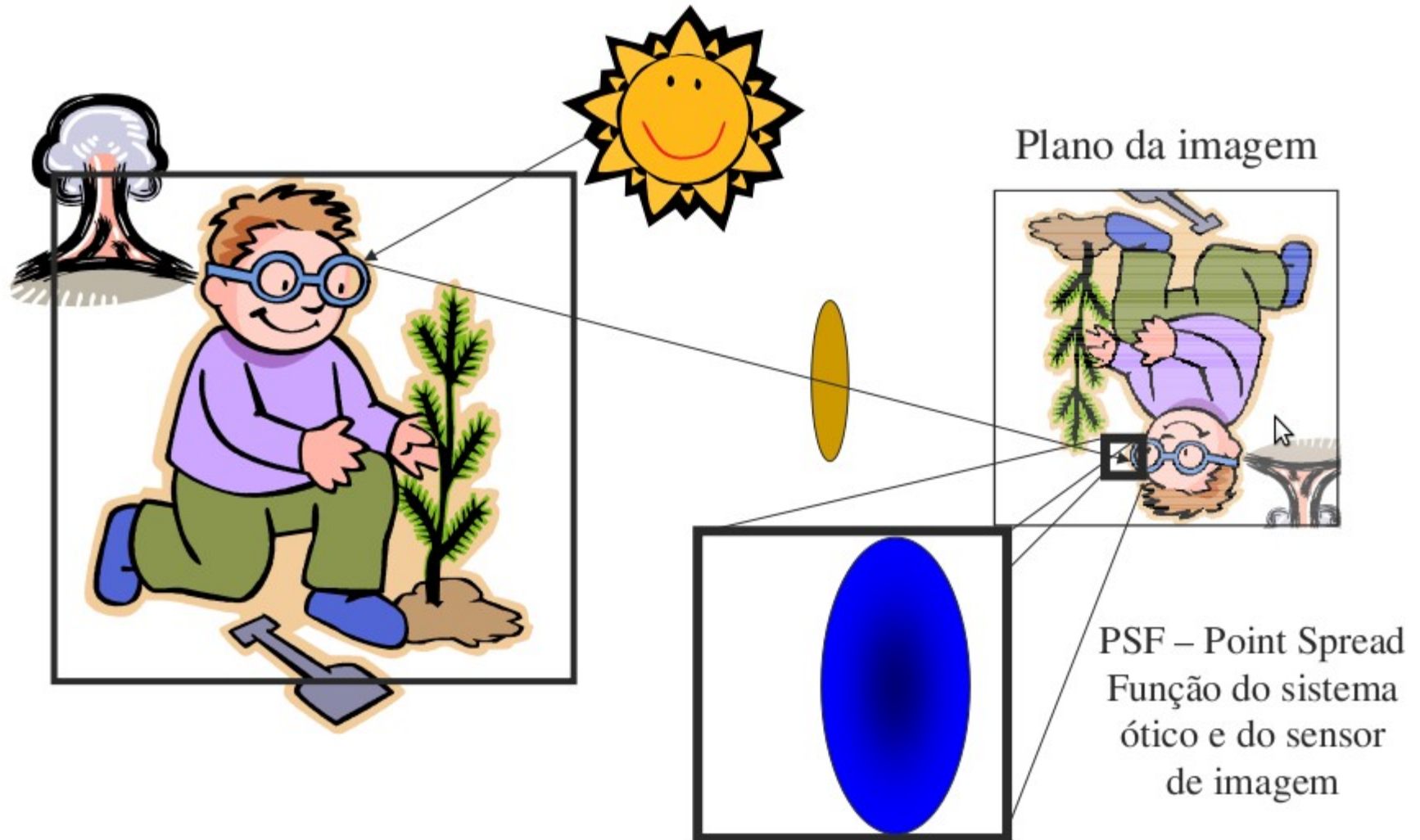
Formação de uma imagem



Formação de uma imagem

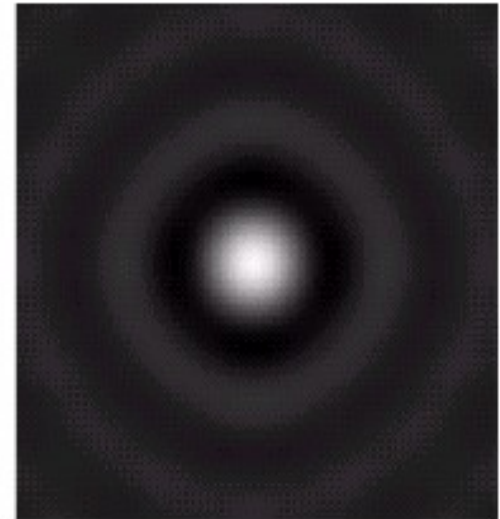
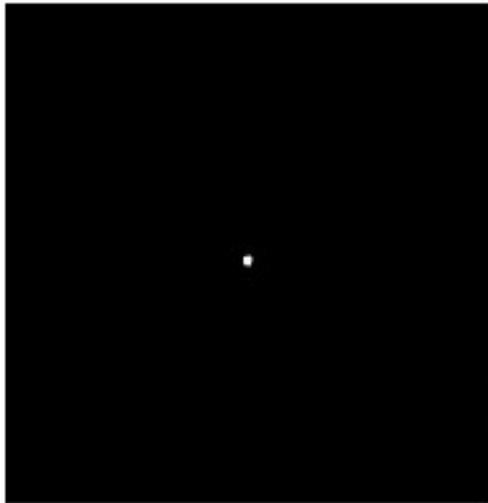
- ❖ Área da imagem é limitada
- ❖ No sensor, cada uma de suas células é a média de toda a iluminação que incide em sua área
- ❖ É realizada uma amostragem nas células que converte uma função contínua em discreta

Point-spread function (PSF)



Point-spread function (PSF)

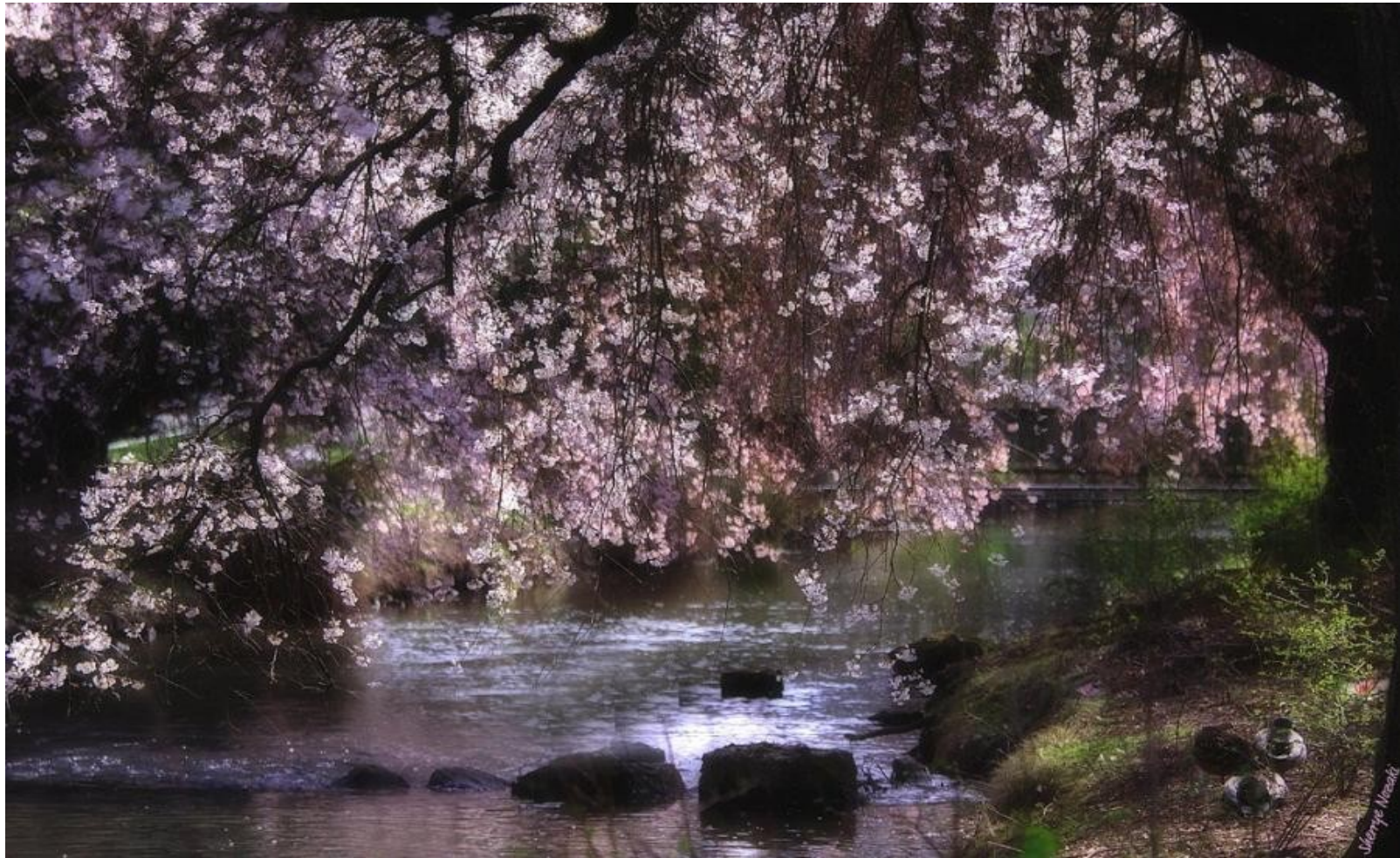
❖ A PSF descreve a imagem de um ponto



Frequência Espacial

- ❖ Alta frequência espacial: detalhes finos, mudanças bruscas de intensidade
 - Superfícies texturizadas
 - Descontinuidades
- ❖ Baixa frequência espacial: objetos grandes, mudança gradual de intensidade
 - Superfícies planas sem textura

Alta frequência espacial



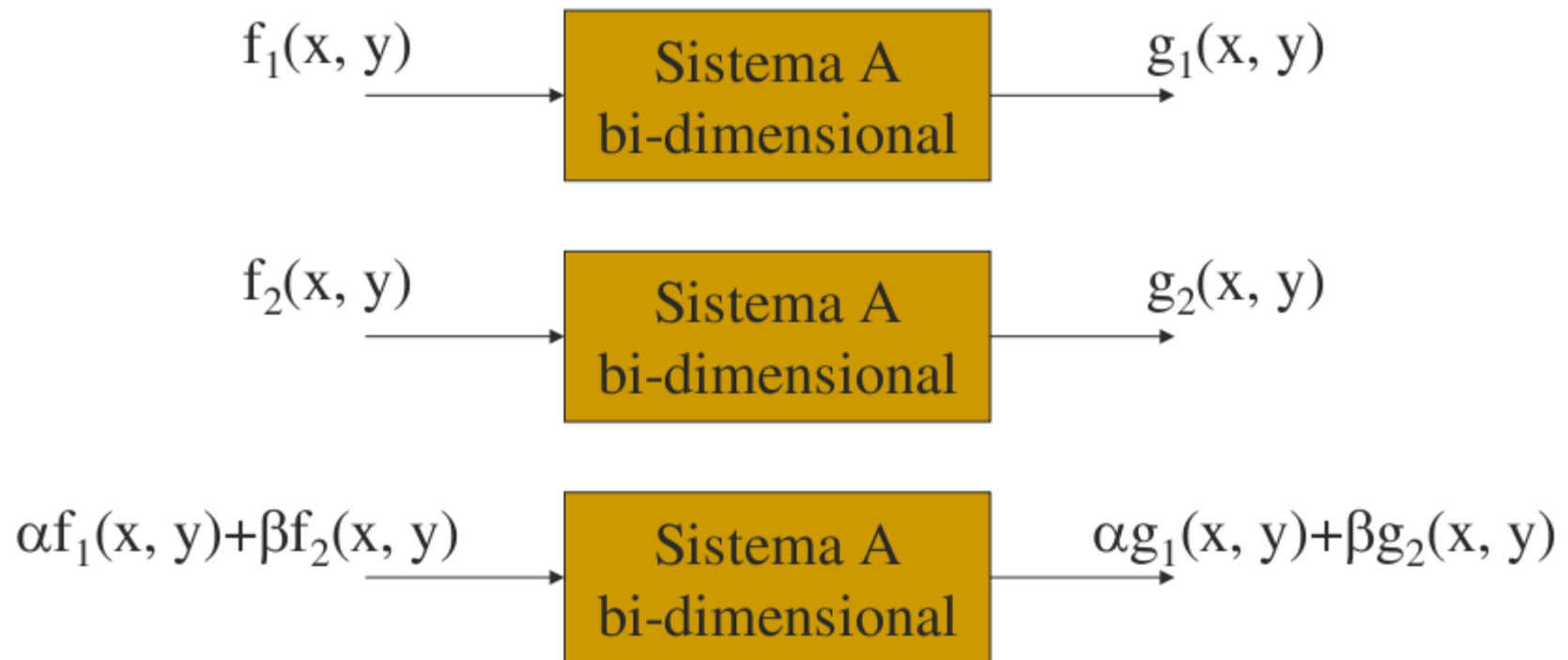
Baixa frequência espacial



Formação de imagens e Sistemas Lineares

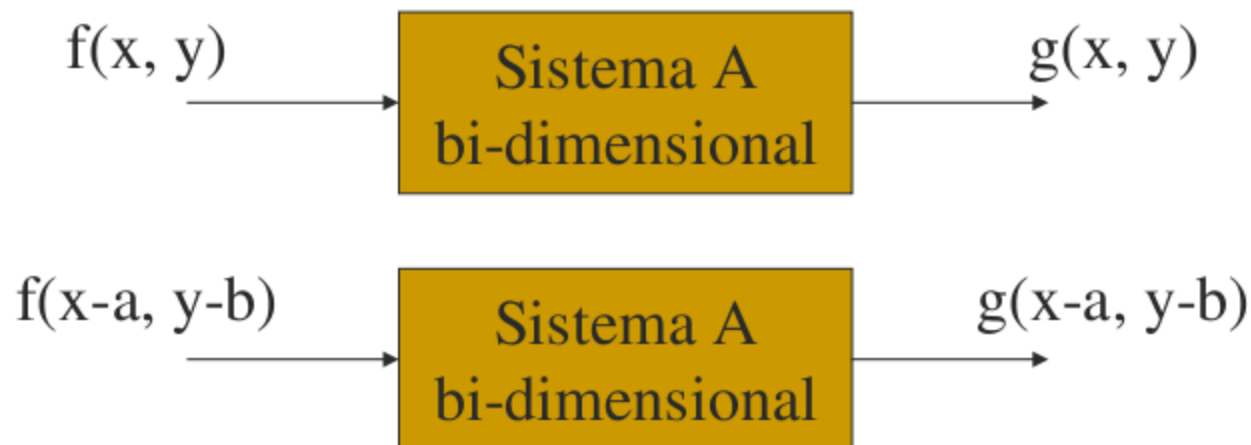
- ❖ O sistema de imagens pode ser considerado um sistema linear em valores intermediários
- ❖ Exemplo de sistema linear: imagem fora de foco

Sistema Linear



Sistema A é LINEAR

Sistemas Invariantes ao Deslocamento - SLID



Sistema A é INVARIANTE AO DESLOCAMENTO ou
ESPACIALMENTE INVARIANTE

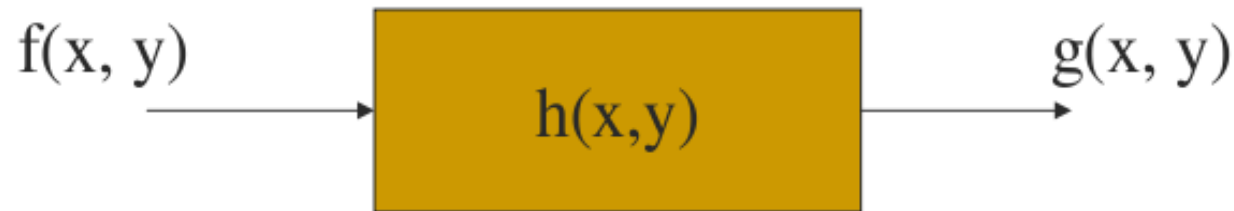
SLID e Imagens

- ❖ Nas imagens a invariância ao deslocamento é aproximada
 - Como imagens são limitadas em área, a invariância ao deslocamento é válida apenas para deslocamentos limitados
 - Existem distorções no sistema óptico que dependem da distância ao centro da imagem

Filosofia

- ❖ Em geral, os sistemas no mundo são filtros passa-baixa
- ❖ E se os sistemas no mundo sempre amplificassem o sinal, o que aconteceria?

Point-spread function (PSF)



$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x - \xi, y - \eta) h(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

$$g(x, y) = f \otimes h$$

Convolução entre f e h

Convolução

- Convolução contínua:

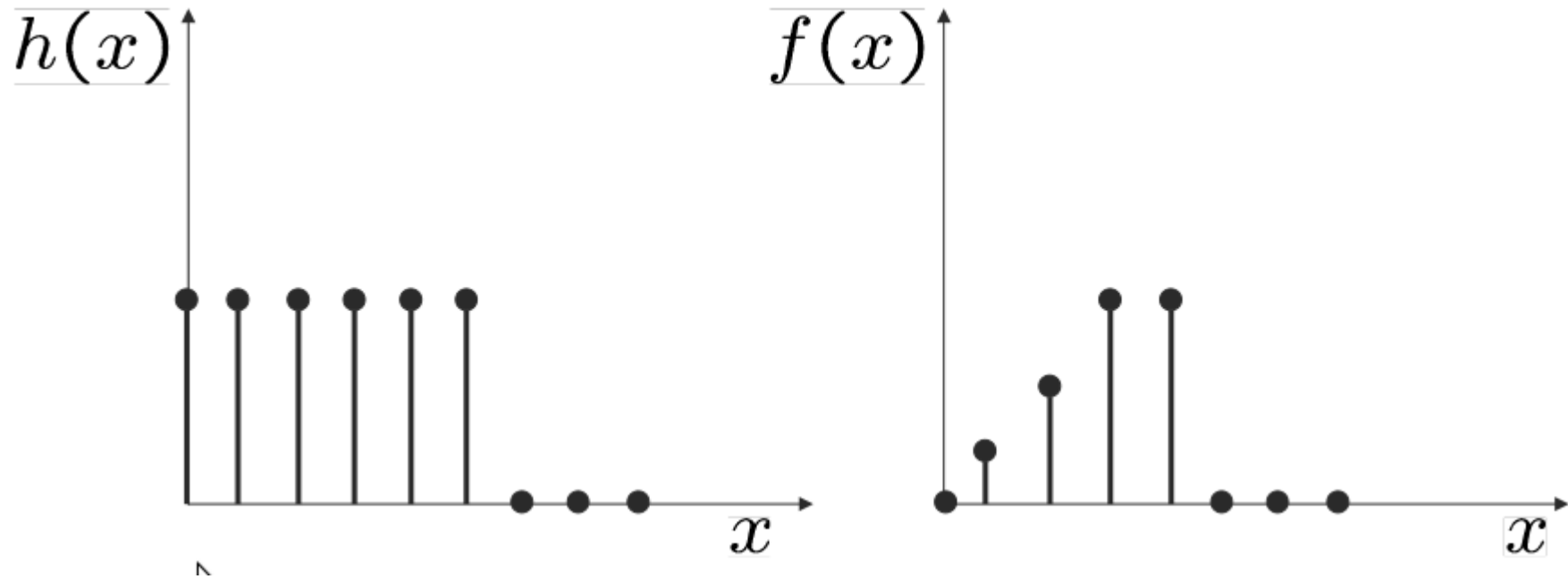
$$h(x, y) \otimes f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi, \eta) f(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta$$

- Convolução discreta:

$$h(x, y) \otimes f(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} h(m, n) f(x - m, y - n)$$

$$x = 0, 1, \dots, M - 1 \quad e \quad y = 0, 1, \dots, N - 1$$

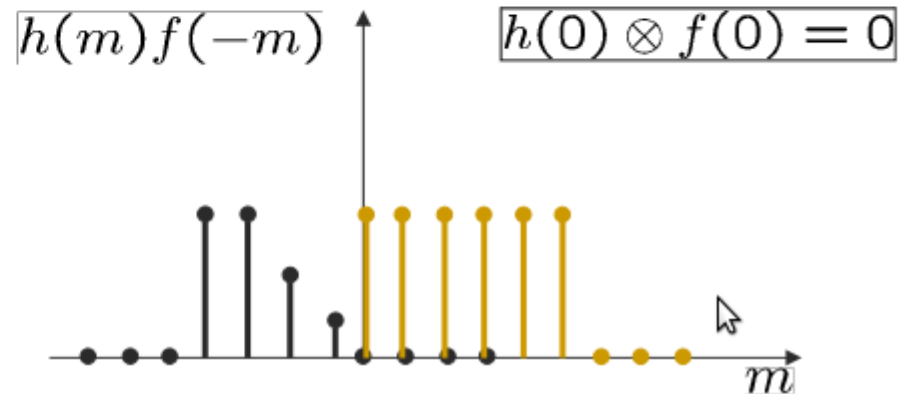
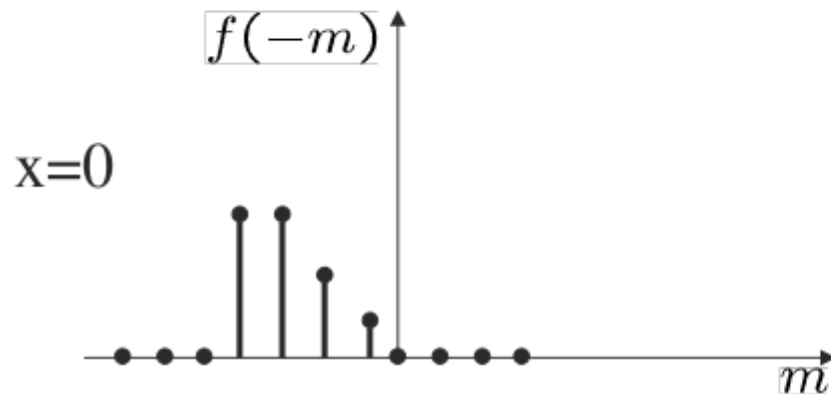
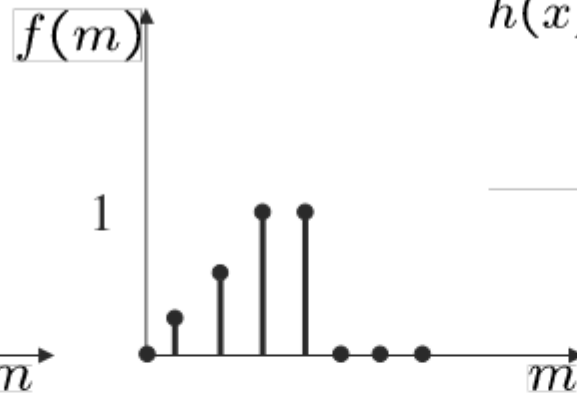
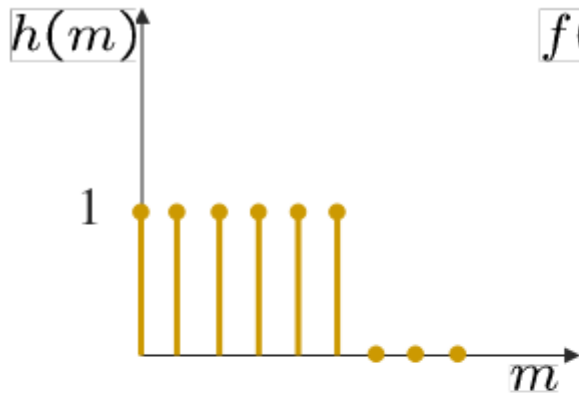
Exemplo de convolução em 1D



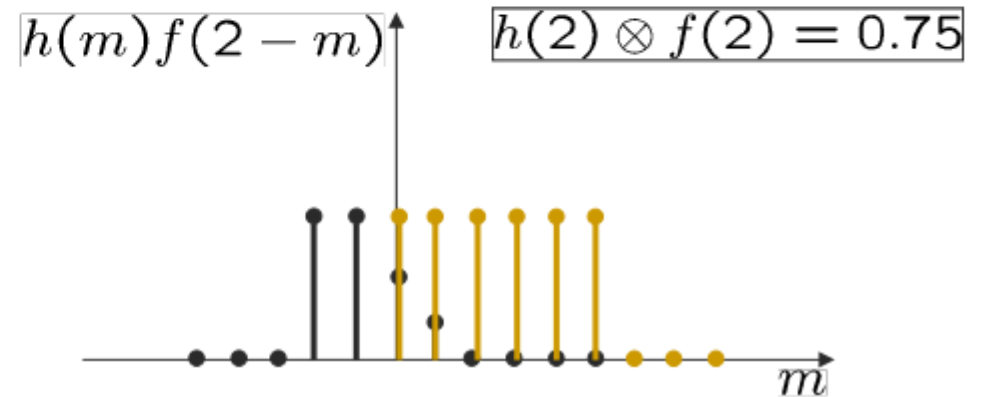
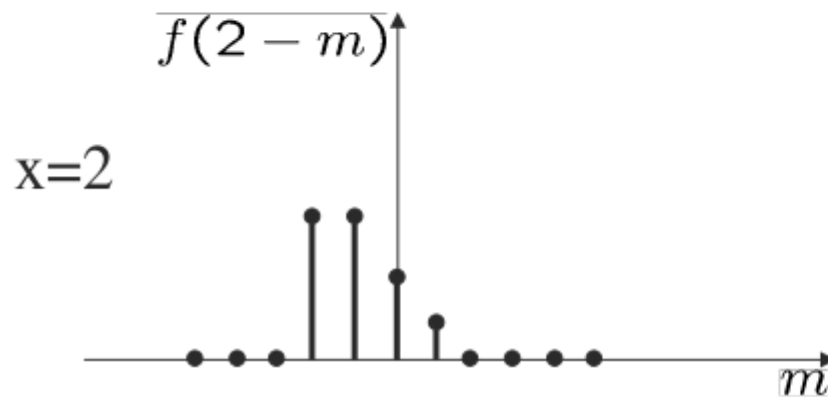
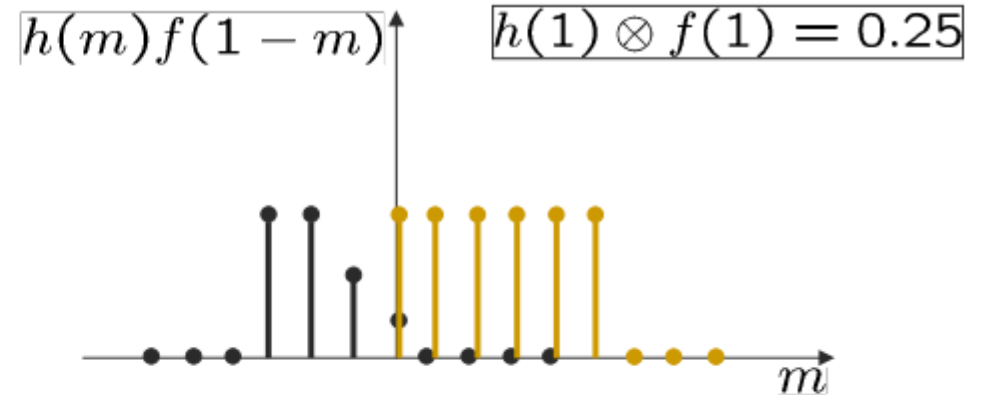
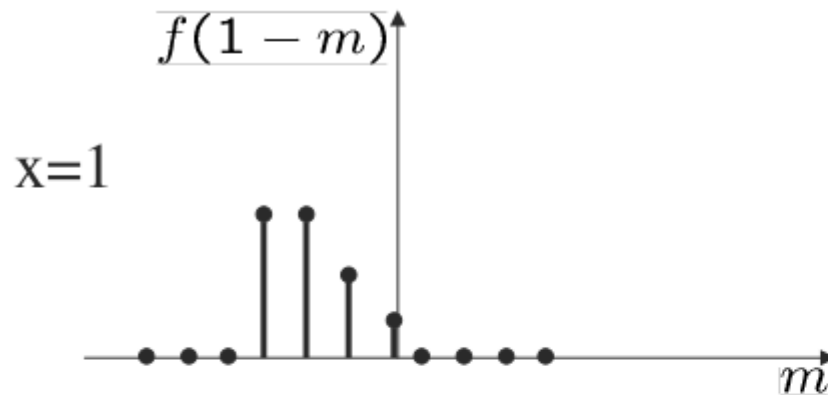
Exemplo de convolução em 1D

$$h(x) \otimes f(x) = \sum_{m=0}^{M-1} h(m)f(x-m)$$

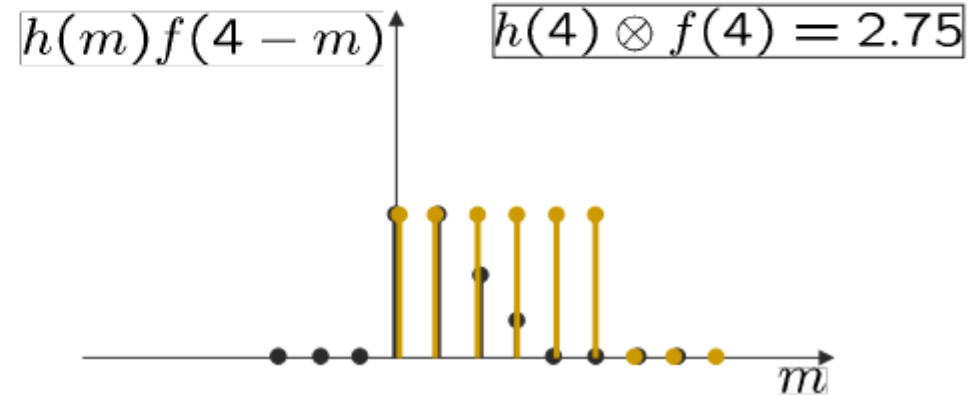
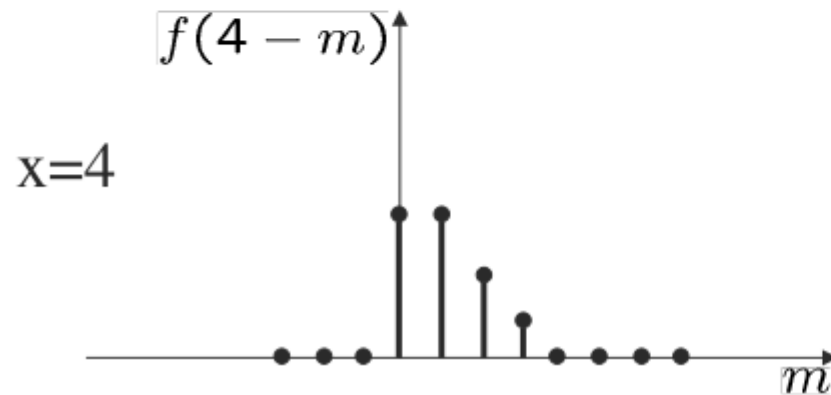
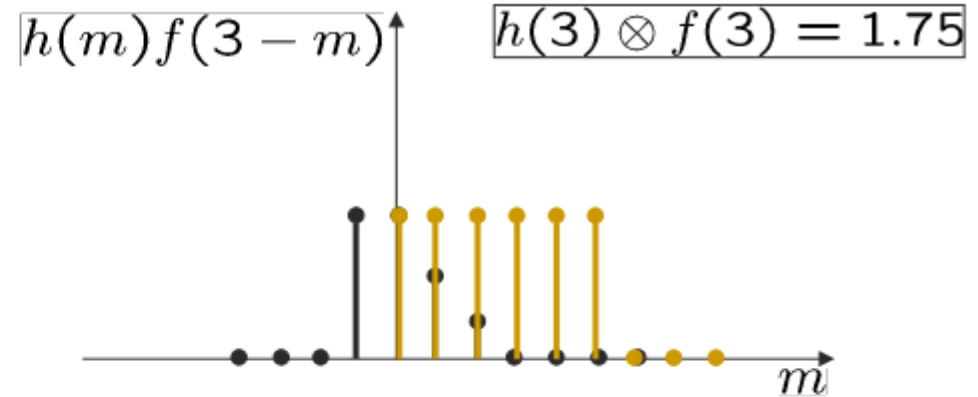
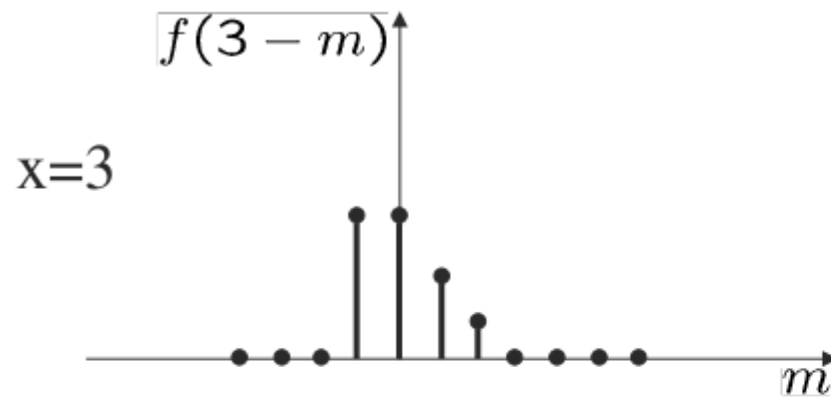
$$x = 0, 1, \dots, M-1$$



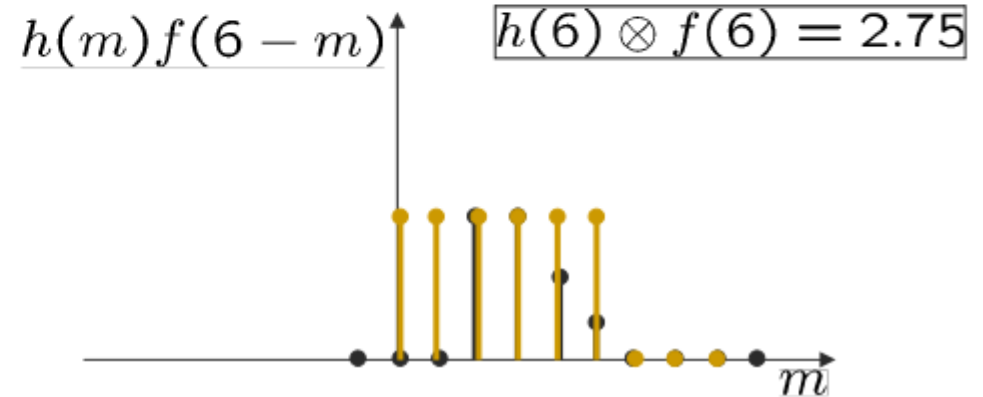
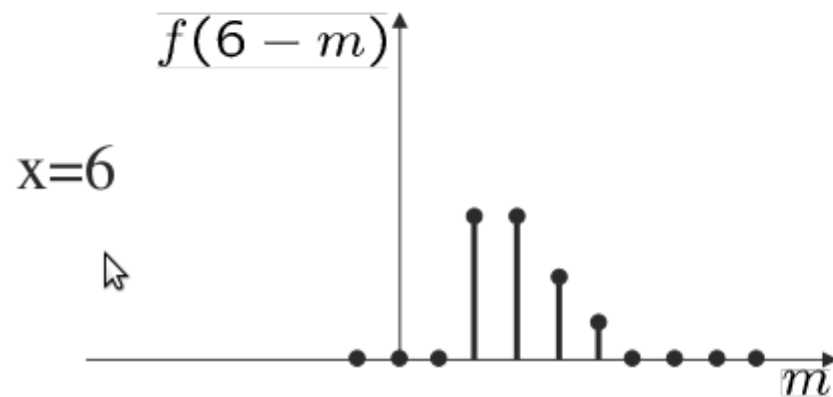
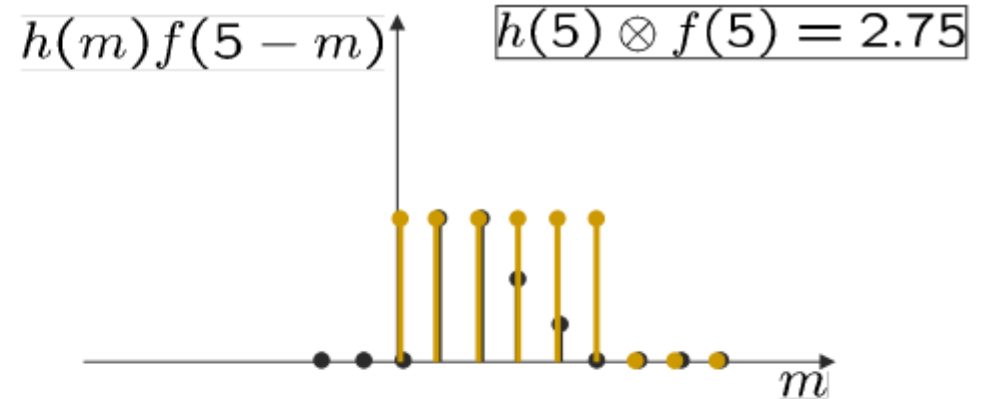
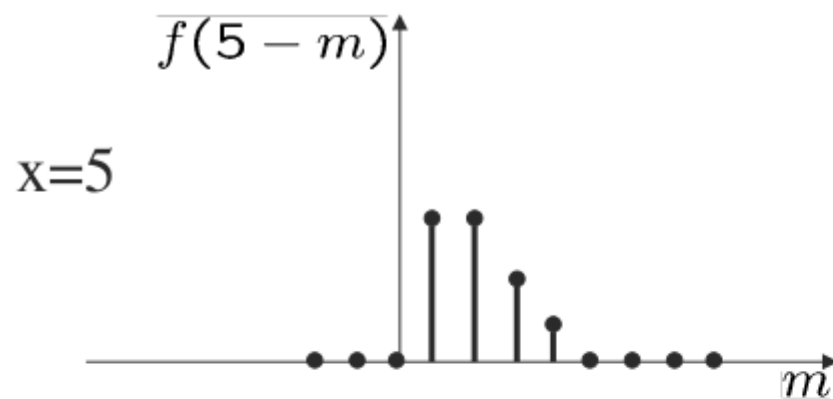
Exemplo de convolução em 1D



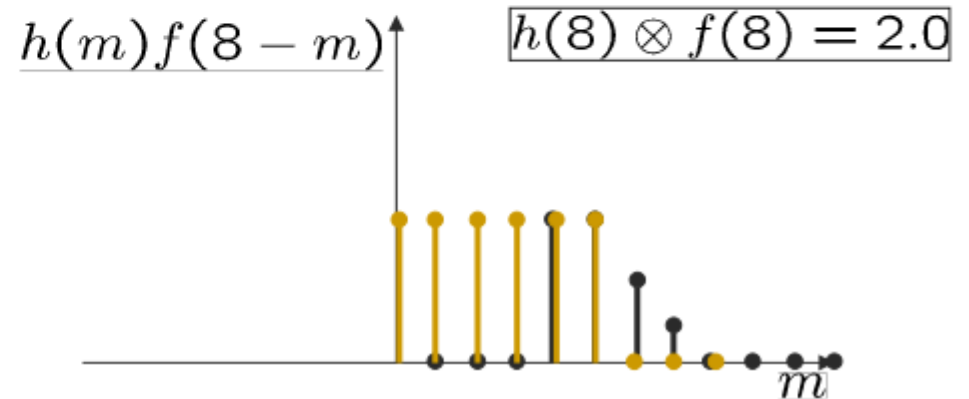
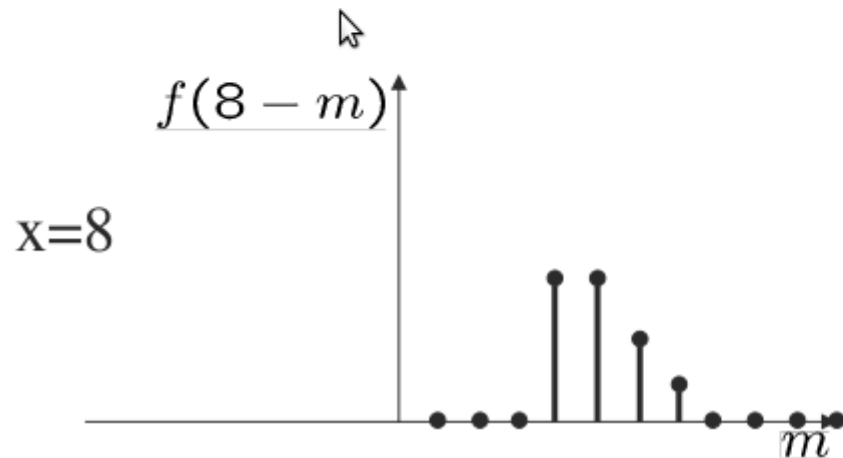
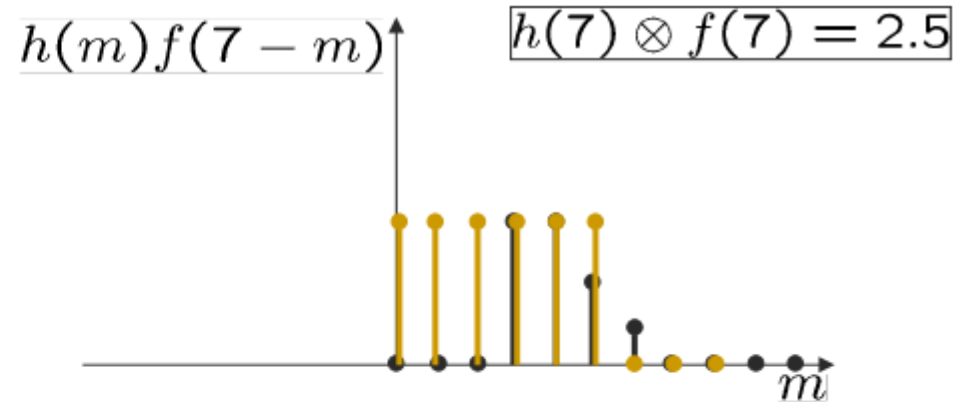
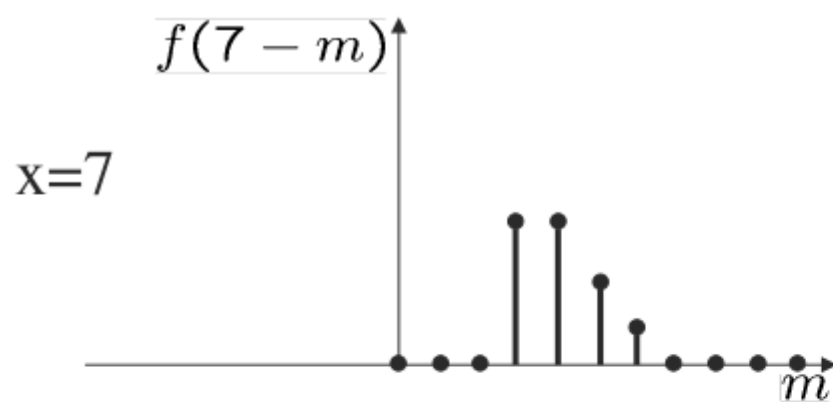
Exemplo de convolução em 1D



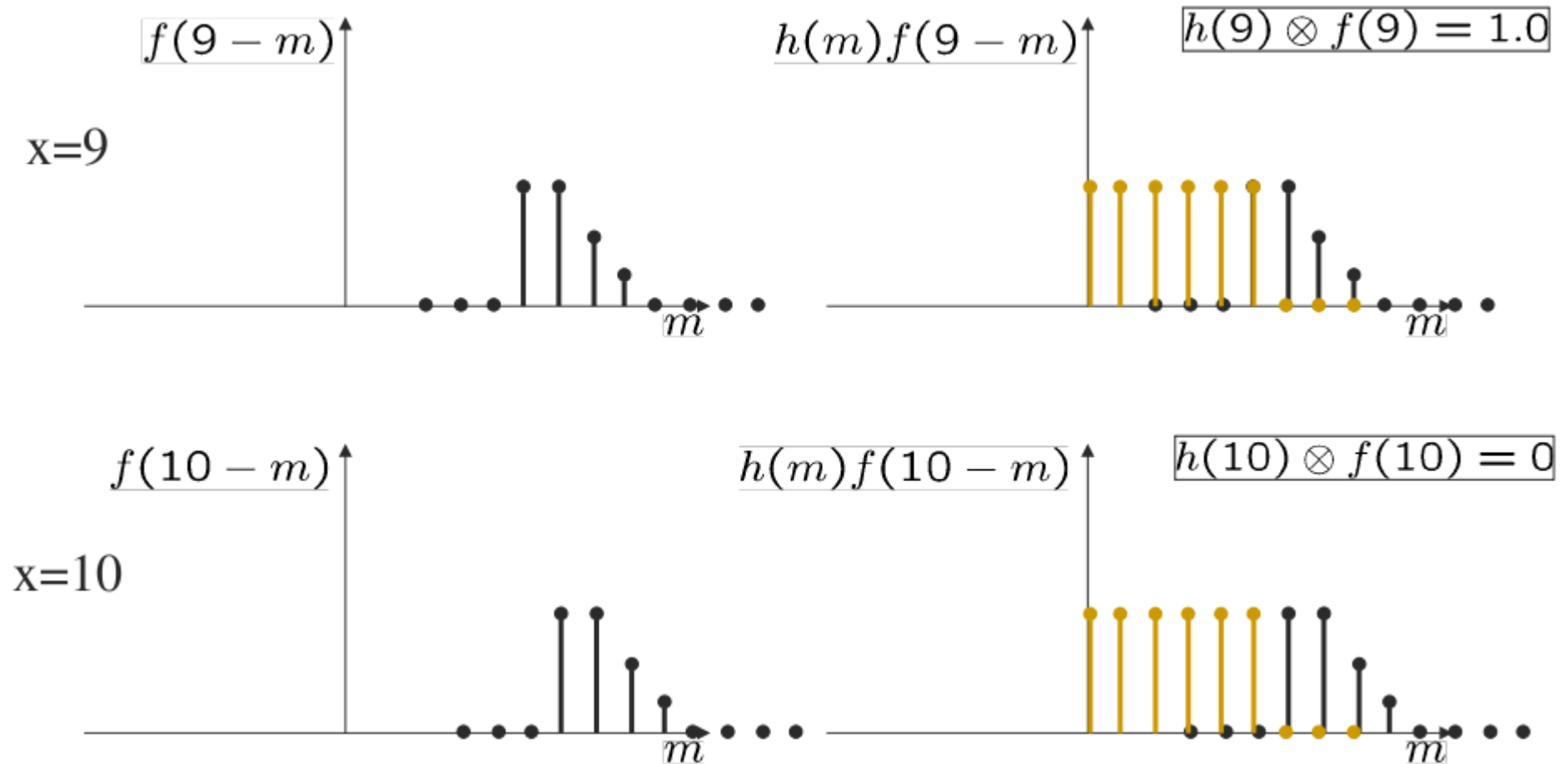
Exemplo de convolução em 1D



Exemplo de convolução em 1D



Exemplo de convolução em 1D



Exemplo de convolução em 1D

$$h(0) \otimes f(0) = 0.00$$

$$h(1) \otimes f(1) = 0.25$$

$$h(2) \otimes f(2) = 0.75$$

$$h(3) \otimes f(3) = 1.75$$

$$h(4) \otimes f(4) = 2.75$$

$$h(5) \otimes f(5) = 2.75$$

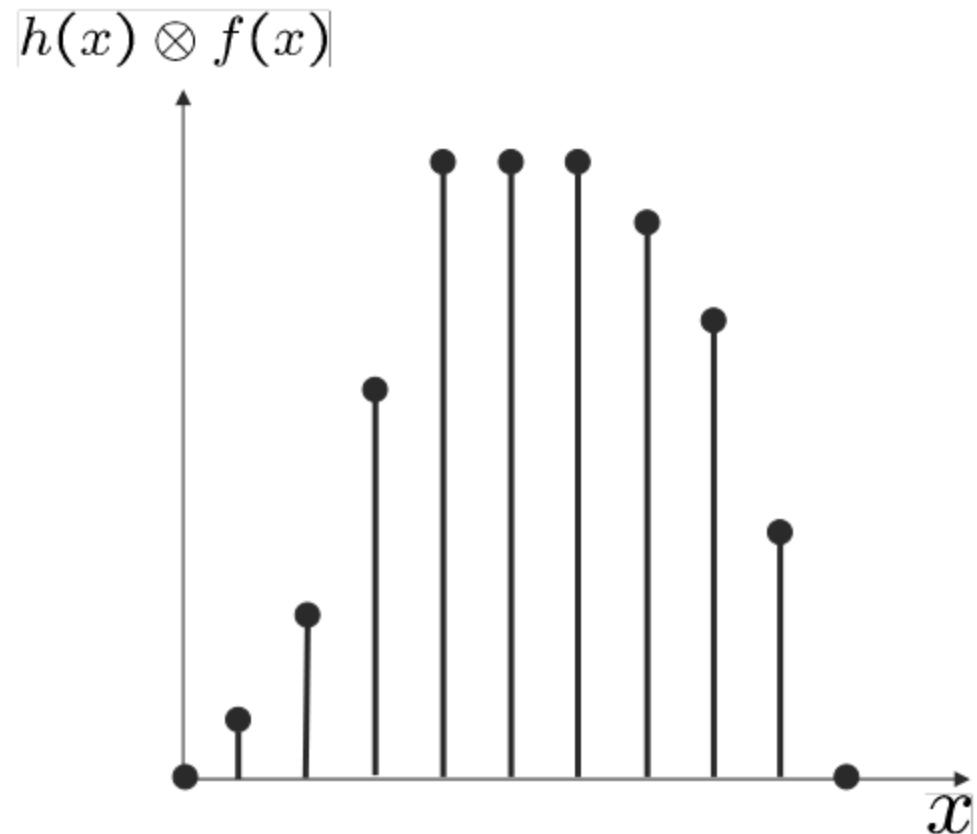
$$h(6) \otimes f(6) = 2.75$$

$$h(7) \otimes f(7) = 2.50$$

$$h(8) \otimes f(8) = 2.00$$

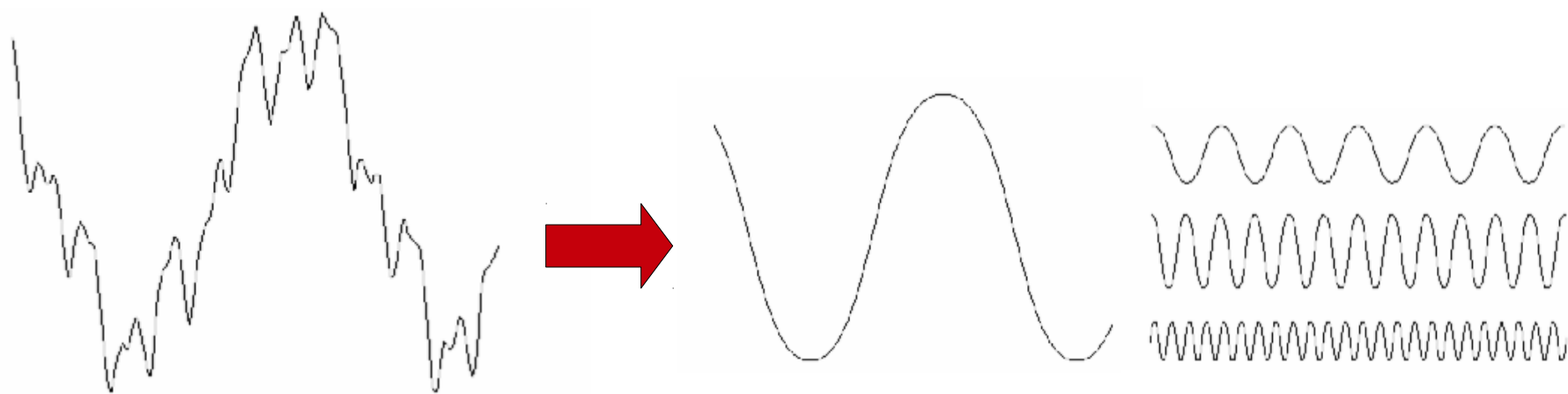
$$h(9) \otimes f(9) = 1.00$$

$$h(10) \otimes f(10) = 0.00$$



Análise de Frequência

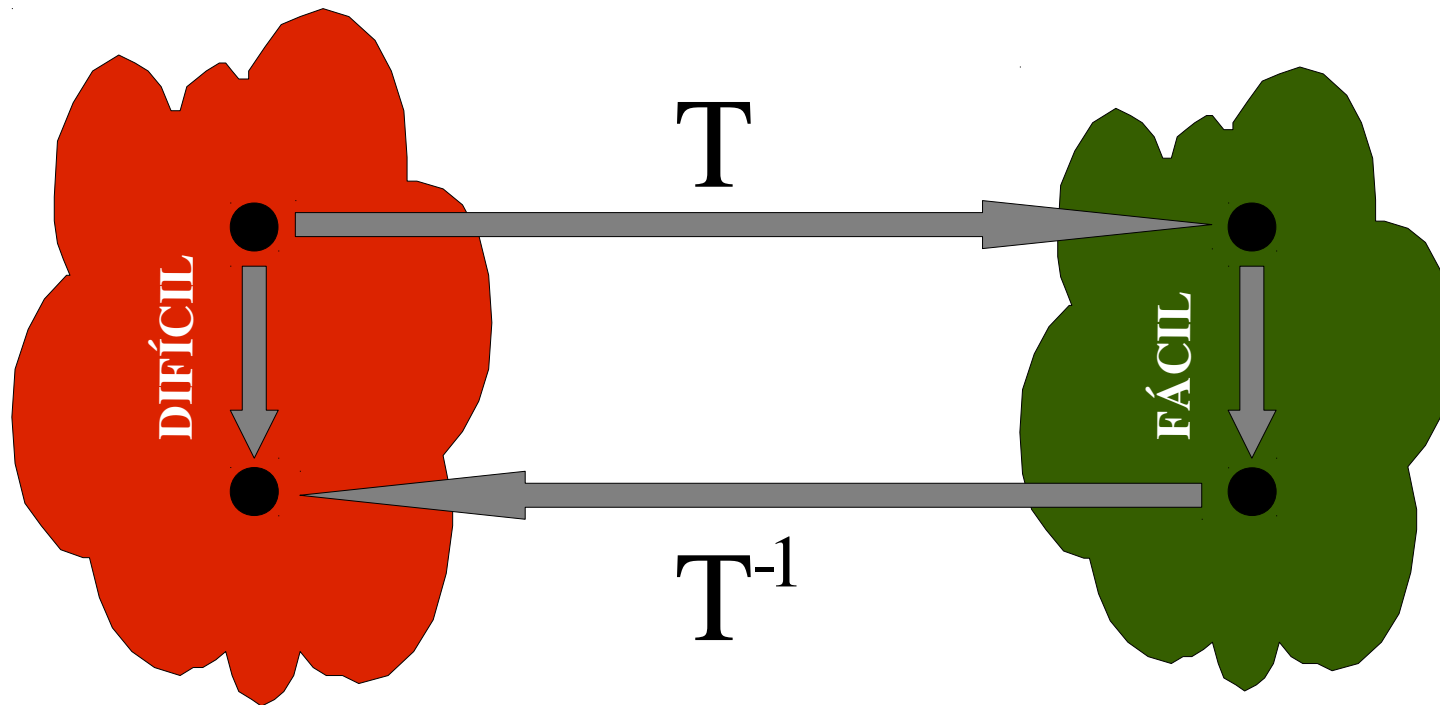
- ❖ Todo sinal, temporal ou espacial, pode ser representado por seu espectro de frequência



Análise de Frequência

- ❖ Imagem é um sinal de duas dimensões espaciais
 - Existe uma área chamada de Processamento de Sinais
 - ◆ Podemos usar várias técnicas e análises já desenvolvidas nessa área para imagens.

Mudança de domínio



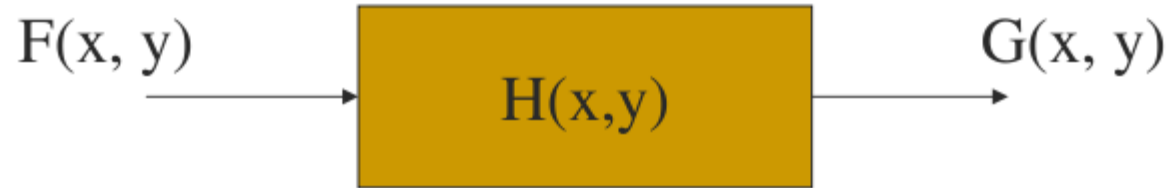
Mudança de domínio

❖ Transformada de Fourier

- Domínio espacial (x,y) para o domínio da frequência (u,v)

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(ux+vy)} dx dy$$

Função de Transferência de Modulação



$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

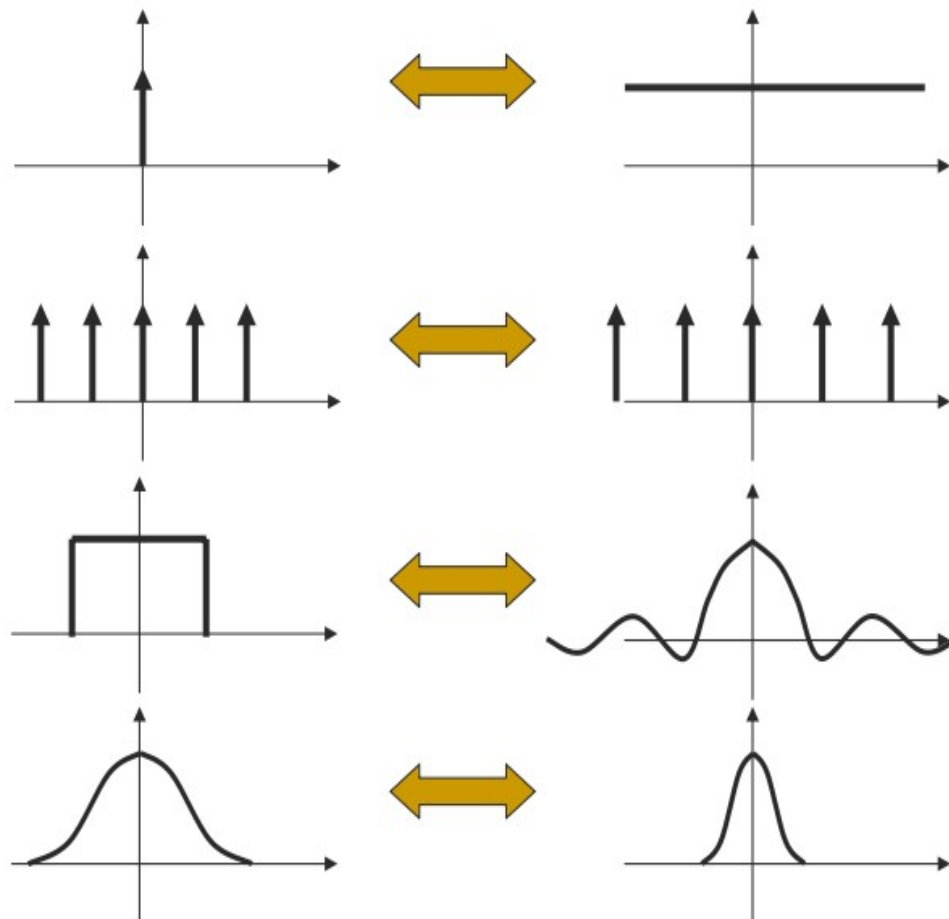


Função de Transferência de Modulação

Transformações de domínio

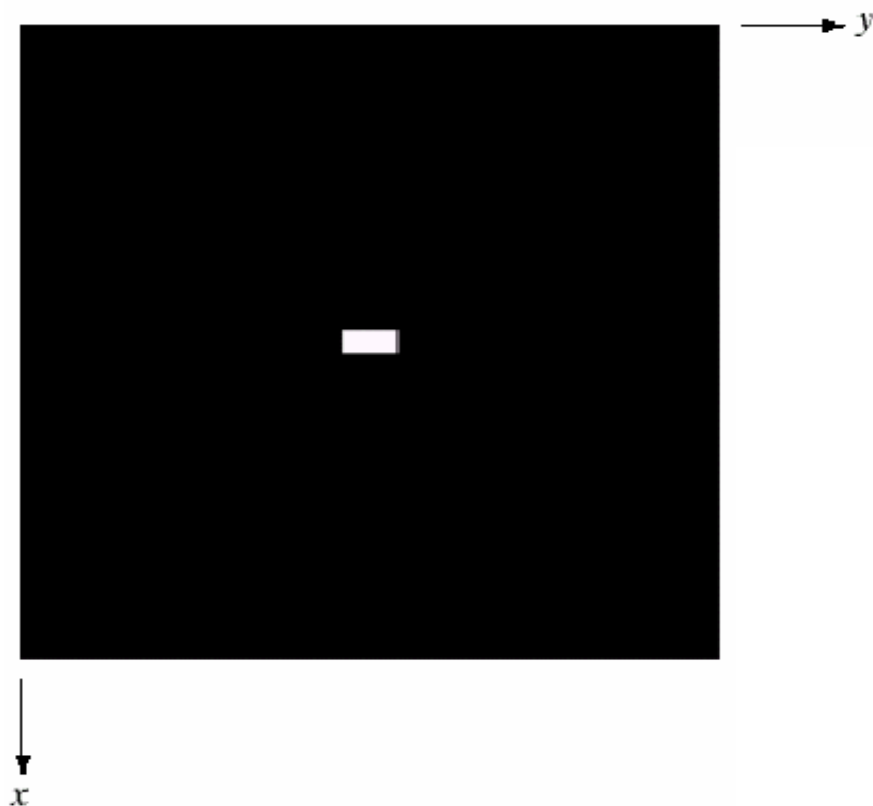
Domínio Espacial

Domínio da Frequência

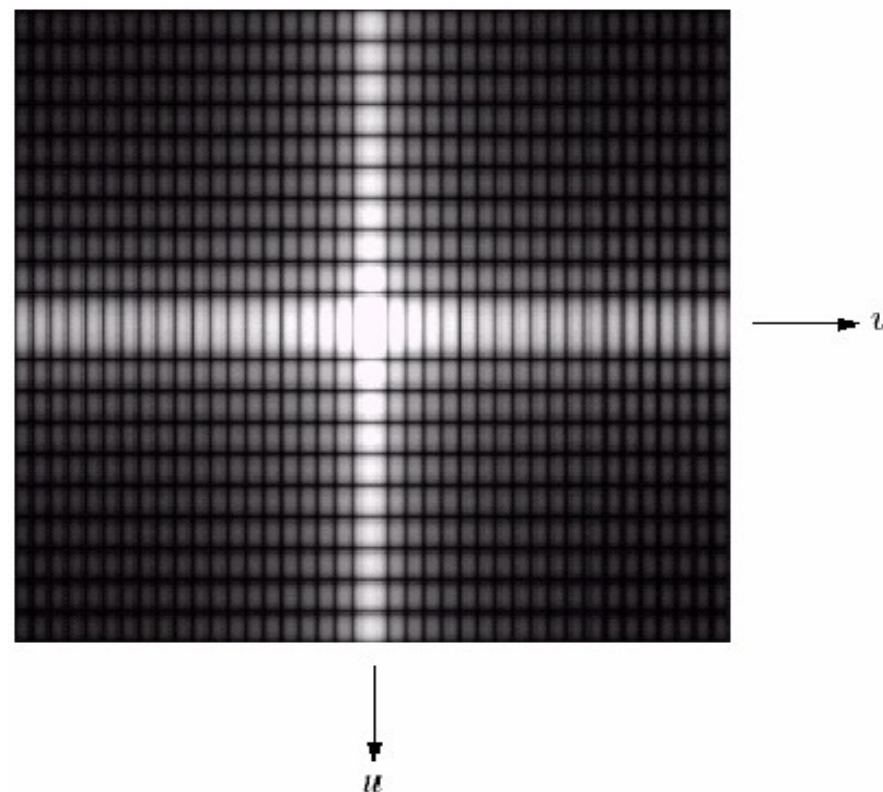


Transformações de domínio

Domínio Espacial



Domínio da Frequência

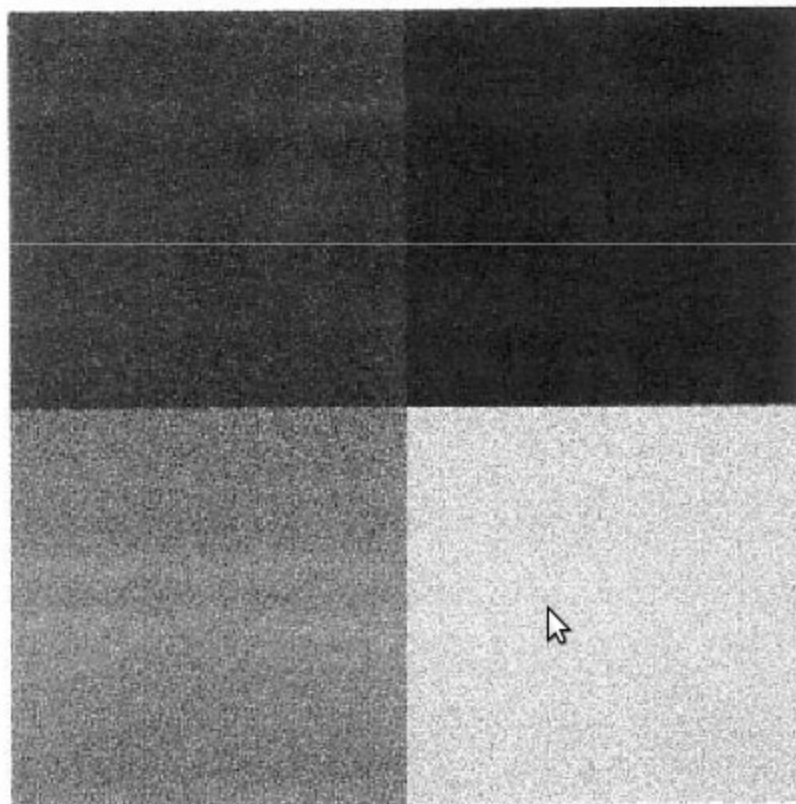


Resolução

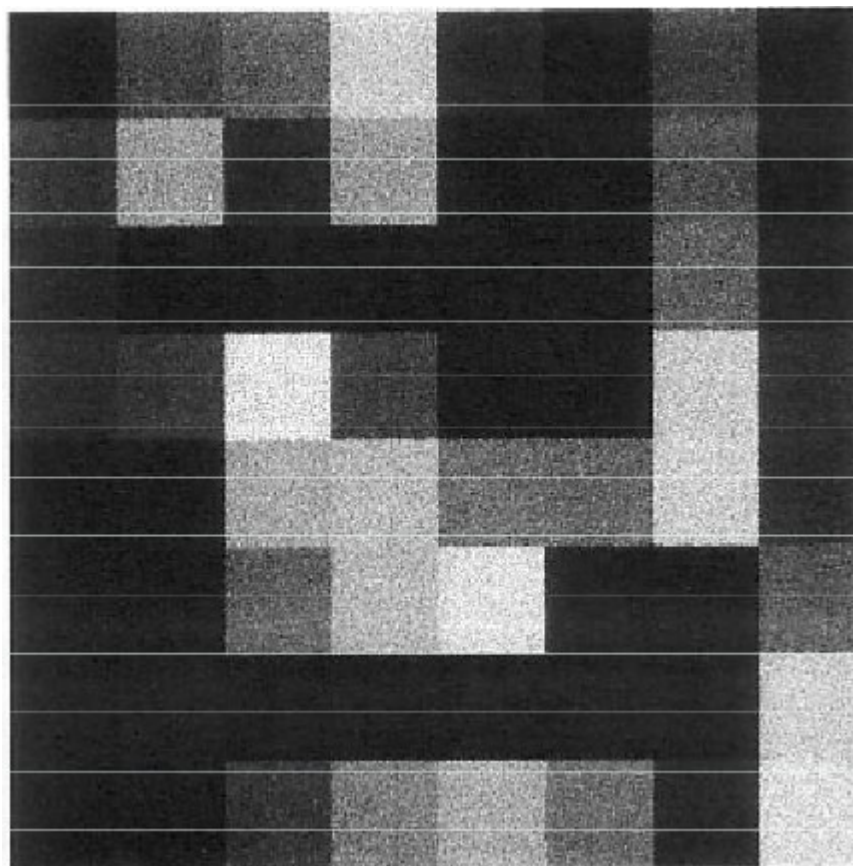
❖ Resolução

- Medida da maior frequência espacial passível de detecção pela câmera com um contraste específico
- Frequência espacial é geralmente especificada em termos de par de linhas por mm

2x2



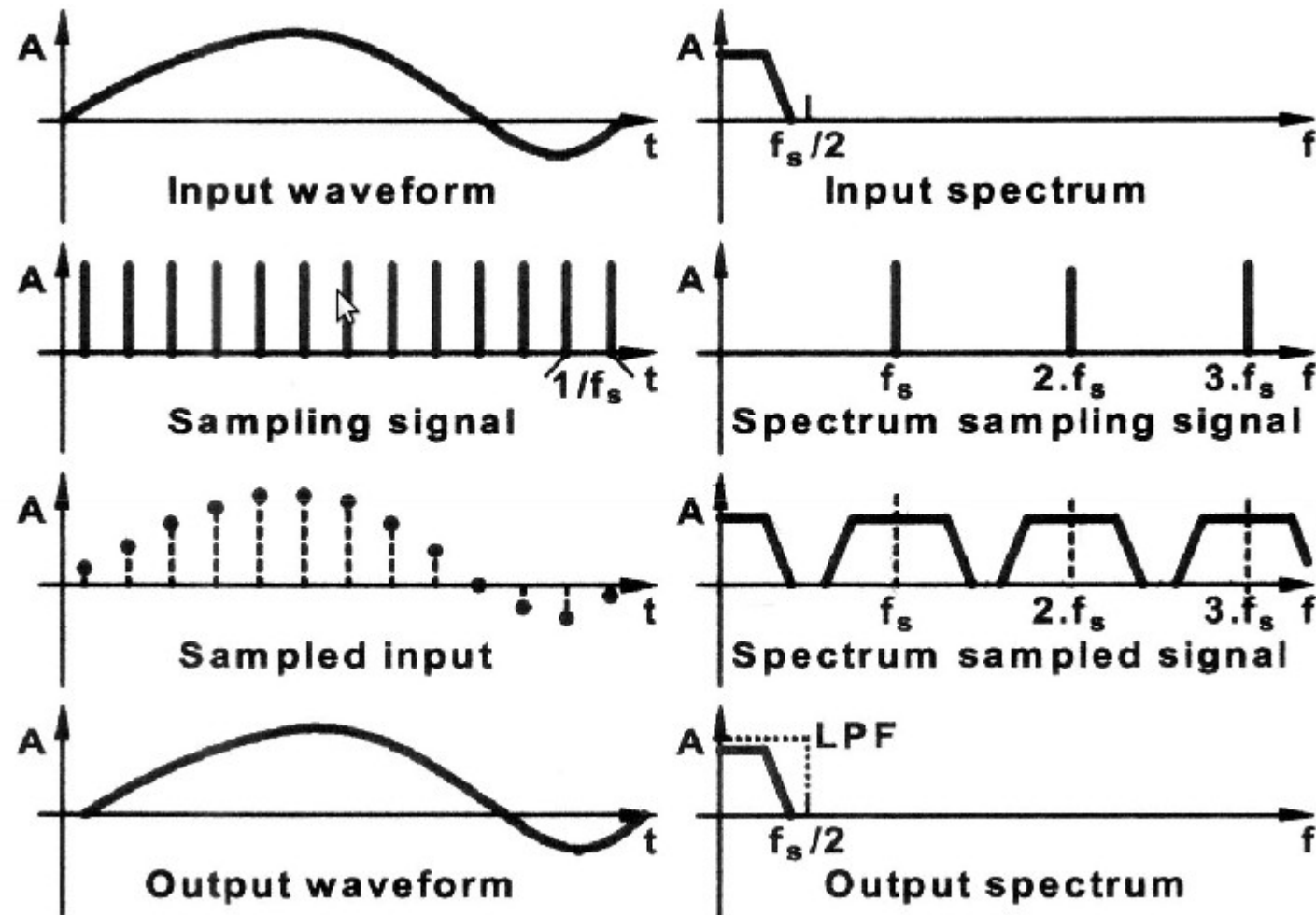
8x8



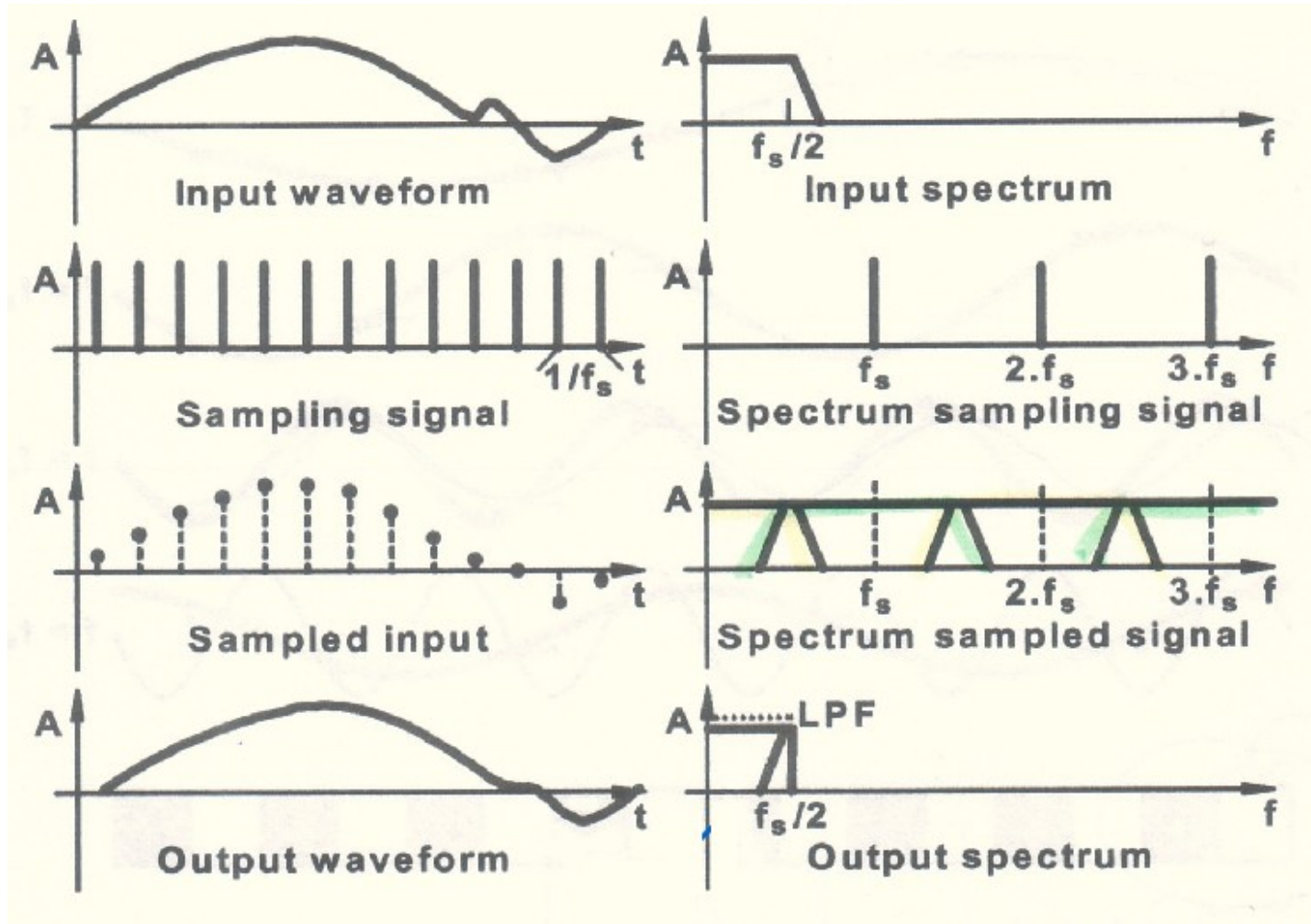
512x512



Amostragem



Sub-amostragem



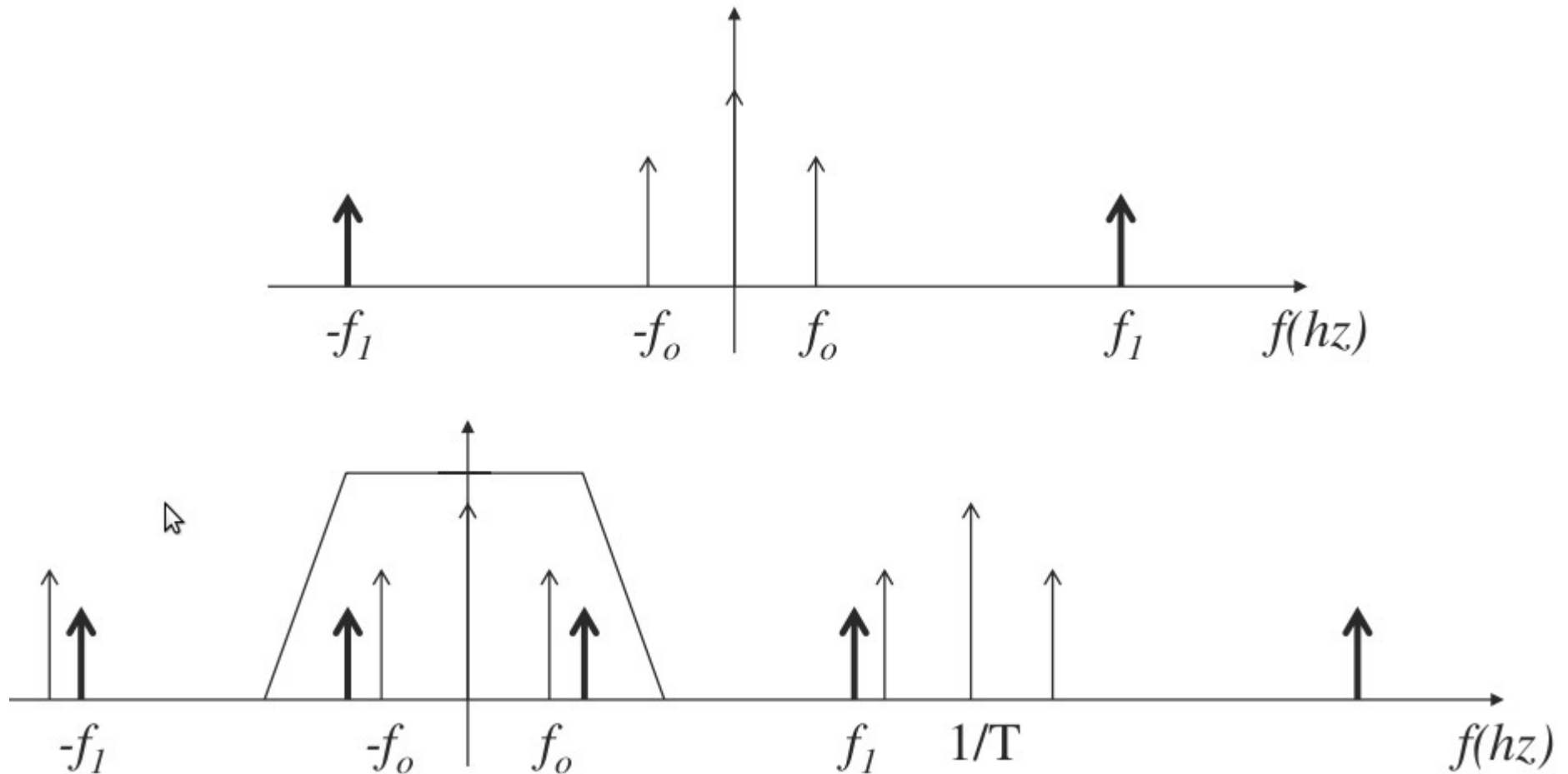
Teorema de Shannon-Nyquist

- ❖ Se a transformada de Fourier de uma função é nula para $|w| > 2\pi f$ rad/s, essa função é unicamente determinada por suas amostras obtidas em intervalos regulares menores que $1/(2f)$ s.

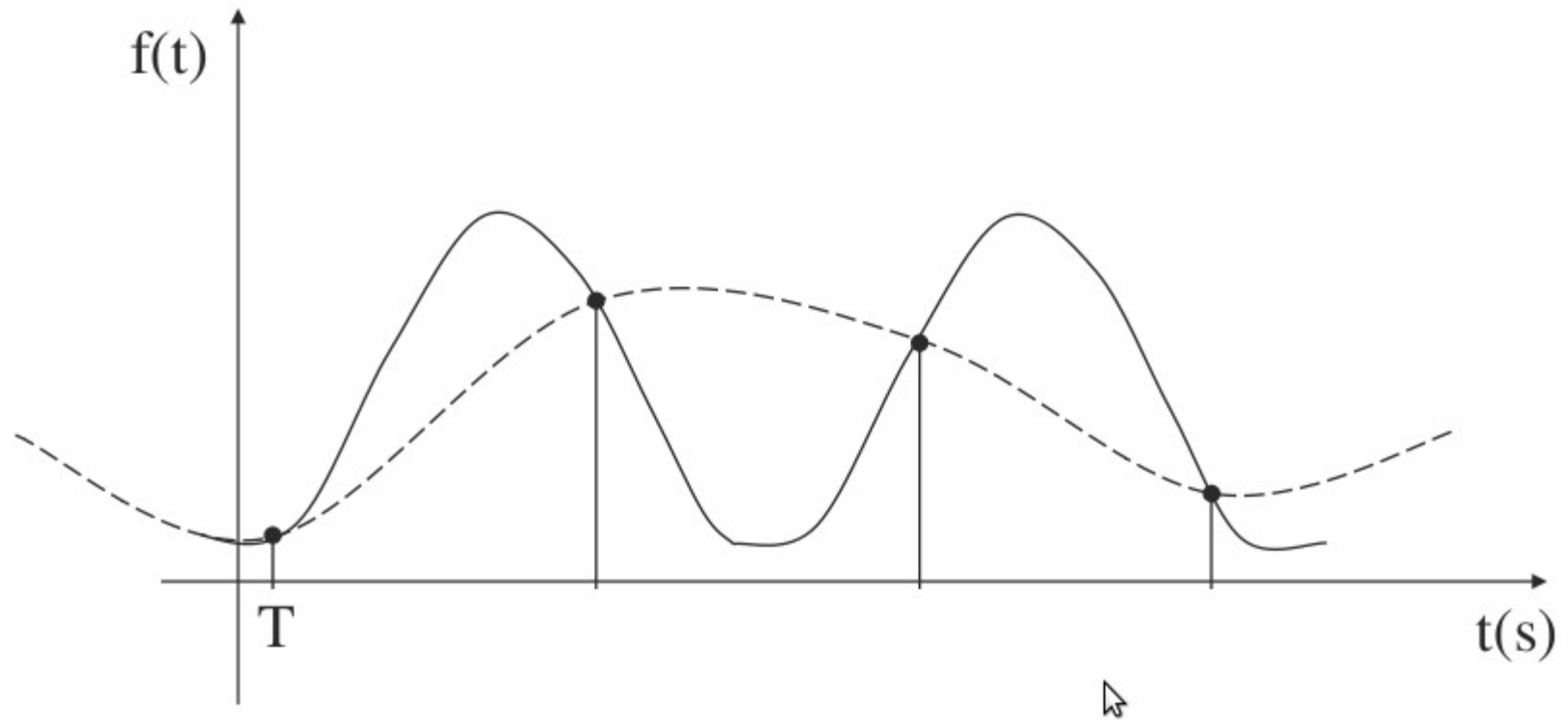
Corolário

- ❖ A frequência de amostragem deve ser maior que duas vezes a maior frequência do sinal
- ❖ Do contrário teremos *Aliasing*
 - *Aliasing = Falseamento*

Aliasing



Aliasing



Efeito Moiré

