DCC884 – Visão Computacional
Calibração de Câmeras

Prof.: Mario Fernando Montenegro Campos
Monitor: Vilar Fiuza da Camara Neto

Universidade Federal de Minas Gerais — UFMG
Departamento de Ciência da Computação
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

Maio de 2007

Estrutura da apresentação

1. Introdução
2. Formação de imagens
3. Apresentação do 1º método do Trucco & Verri
4. Coordenadas homogêneas
5. Apresentação do 2º método do Trucco & Verri

Estrutura da apresentação

Calibração de câmeras

- Descrever a correspondência entre *pontos da cena* (3D) e *pontos da imagem* (2D)
- Essa correspondência pode ser modelada por uma *função de projeção* proj
  - Com coordenadas cartesianas: $\mathrm{proj} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, onde

$$P^i = \mathrm{proj}(P^c)$$

  - Cuidado com as unidades!
  - Coordenadas cartesianas não são a única maneira!

Calibração de câmeras

- Independentemente da representação adotada, a função de projeção depende de um conjunto de *parâmetros*
- *Parâmetros intrínsecos* modelam:
  - características e configuração das lentes (ex: *zoom*)
  - características do elemento sensor
  - geometria de montagem da câmera
- *Parâmetros extrínsecos* modelam:
  - pose (posição e orientação) da câmera
- Apenas parâmetros geométricos importam!

Calibração de câmeras

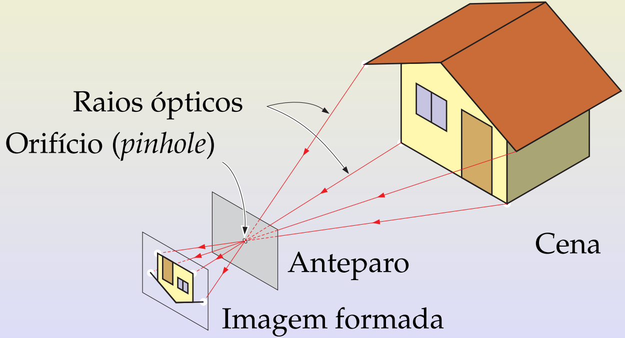
Problema da Calibração de Câmeras

Dadas uma ou mais imagens geradas por uma câmera, estimar:

- os parâmetros intrínsecos,
- os parâmetros extrínsecos ou
- ambos.

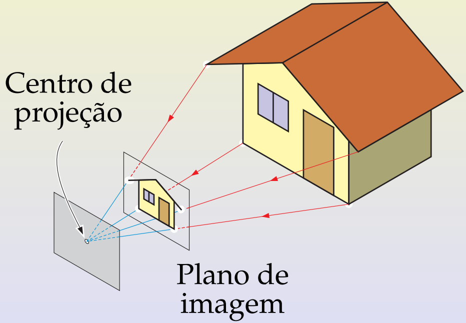
Câmeras *pinhole*

- Todos os raios de luz passam por um pequeno orifício em um anteparo
- Imagem é formada em um plano dentro de uma câmera obscura

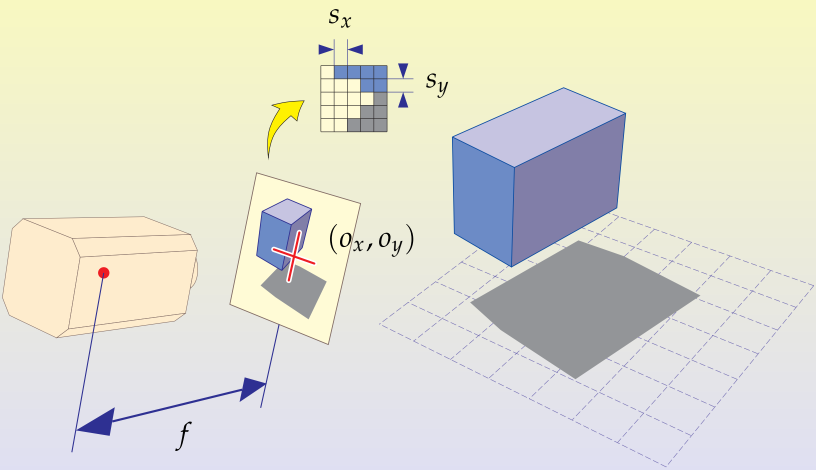


Câmeras *pinhole*: modelo geométrico

- Considera-se que a imagem é formada *antes* do centro de projeção
- Facilita o entendimento e os cálculos



Parâmetros intrínsecos



Parâmetros intrínsecos

- Distância focal, f [mm]
- Coordenadas do centro da imagem, $o = (o_x, o_y)$ [px]
- Tamanho do pixel, $s = (s_x, s_y)$ [mm/px]
- Coeficientes de distorção (radial, tangencial, etc.)
- Cisalhamento ou *skew* (relacionado com o ângulo entre os eixos da imagem)
- Outros, a gosto do freguês

Deve-se decidir quais parâmetros são relevantes para cada problema

Parâmetros extrínsecos

- Posição da câmera, **T** [mm, m, km, etc.]
- Orientação (rotação) da câmera, **R** (matriz ortonormal)

Estrutura da apresentação

Formação de imagens

- Pontos da cena são mapeados para pontos da imagem segundo a função de projeção
  - Função pode ser complexa e não-linear → difícil de recuperar os parâmetros
- A função de projeção pode ser modelada como a aplicação sucessiva de *transformações* sobre as coordenadas dos pontos
  - Translações, rotações, escalas, projeções perspectivas, etc.
  - Mais fácil de compreender o processo de formação de imagens
  - Mais fácil de modelar os parâmetros de interesse

Formação de imagens

- Dois grandes passos: *Transformação extrínseca* $\rightarrow$ *Transformação intrínseca*
- Transformação extrínseca: translação + rotação para o sistema local de coordenadas da câmera
  - Eixo **z** apontando para a cena (pontos visíveis têm $z > 0$)
  - Eixos **x** e **y** alinhados com os sensores da câmera
- Transformação intrínseca: várias transformações (translação + rotação + escala + projeção + cisalhamento + etc.) para mapear pontos 3D em pontos 2D

Transformações em coordenadas cartesianas

- Translação $\mathbf{T} = (t_x, t_y, t_z)$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

- Rotação de α graus em torno do eixo $\mathbf{x}$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

Transformações em coordenadas cartesianas

- Rotação de β graus em torno do eixo $\mathbf{y}$ ($3D \to 3D$):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

- Rotação de γ graus em torno do eixo $\mathbf{z}$ ($3D \to 3D$):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

Transformações em coordenadas cartesianas

- Rotação arbitrária **R** (3D $\rightarrow$ 3D):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

R é uma matriz ortonormal.

Transformações em coordenadas cartesianas

- Escala não-uniforme $\mathbf{S} = (s_x, s_y, s_z)$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x\, p_x \\ s_y\, p_y \\ s_z\, p_z \end{bmatrix}$$

- Projeção: $s_k = 0$
- Espelhamento: $s_k < 0$

Transformações em coordenadas cartesianas

- Transformações em sistemas bidimensionais (2D $\rightarrow$ 2D):

  Seguem a idéia das transformações anteriores, descartando-se as operações sobre o eixo $\mathbf{z}$

Transformações em coordenadas cartesianas

- Projeção perspectiva com distância focal f (3D $\rightarrow$ 2D):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \frac{f}{p_z} \\ p_y \frac{f}{p_z} \end{bmatrix}$$

- Projeção paralela (3D $\rightarrow$ 2D):

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

Demonstração prática da função de projeção

[Demonstração em Matlab. . .]

Estrutura da apresentação

1. Introdução
2. Formação de imagens
3. Apresentação do 1º método do Trucco & Verri
4. Coordenadas homogêneas
5. Apresentação do 2º método do Trucco & Verri

Apresentação do 1º método do Trucco & Verri

[Demonstração em Matlab…]

Estrutura da apresentação

Coordenadas homogêneas

- Um ponto no espaço bidimensional é representado por *três* coordenadas: $P_H = (x_H, y_H, w_H)$
- Relação com o ponto $P_C = (x_C, y_C)$ em coordenadas cartesianas:

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_H / w_H \\ y_H / w_H \end{bmatrix}$$

- Coordenadas insensíveis a um fator de escala diferente de zero
- Portanto, no sistema homogêneo as coordenadas $(2, 3, 1)$, $(4, 6, 2)$, $(-2, -3, -1)$ e $(48, 72, 24)$ representam o mesmo ponto bidimensional

Coordenadas homogêneas

- Pontos no infinito podem ser representados com $w_H = 0$:
  - $(1,0,0) \equiv (2,0,0) \equiv (-100,0,0)$ é um ponto no infinito no eixo $\mathbf{x}$
  - $(\cos 30°, \sin 30°, 0) \equiv (20 \cos 30°, 20 \sin 30°, 0)$ é um ponto no infinito a $30°$ do eixo $\mathbf{x}$
  - Convenção: sinais definem o quadrante em questão
    - $(1,0,0)$ é no lado positivo do eixo $\mathbf{x}$, $(-1,0,0)$ é no lado negativo
    - coordenadas insensíveis a um fator de escala *positivo*
- Ponto $(0,0,0)$ não existe

Coordenadas homogêneas

- Um ponto no espaço tridimensional segue a mesma filosofia e é representado por *quatro* coordenadas: $P_H = (x_H, y_H, z_H, w_H)$
- Relação com o ponto $P_C = (x_C, y_C, z_C)$ em coordenadas cartesianas:

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_H / w_H \\ y_H / w_H \\ z_H / w_H \end{bmatrix}$$

Transformações em coordenadas homogêneas

- *Qualquer* transformação projetiva pode ser representada pela multiplicação das coordenadas por uma matriz de transformação
$$P'_H = M\,P_H$$
- Inclui: translações, rotações, escalas, espelhamentos, projeções, cisalhamento, perspectivas, etc.
- Funciona com pontos no infinito!

Transformações em coordenadas homogêneas

- Pode ser aplicada a vários pontos com uma única operação

$$\left[P'_{H1} \quad | \quad P'_{H2} \quad | \quad \cdots \right] = M \left[P_{H1} \quad | \quad P_{H2} \quad | \quad \cdots \right]$$

- Várias transformações podem ser combinadas pela simples multiplicação das matrizes correspondentes (em ordem inversa)

$$M = \ldots M_3 \, M_2 \, M_1$$

Matrizes de transformações homogêneas

- Translação $\mathbf{T} = (t_x, t_y, t_z)$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$M_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Rotação de α graus em torno do eixo $\mathbf{x}$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$M_{R\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrizes de transformações homogêneas

- Rotação de β graus em torno do eixo $\mathbf{y}$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$M_{R\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Rotação de γ graus em torno do eixo $\mathbf{z}$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$M_{R\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrizes de transformações homogêneas

- Rotação arbitrária **R** (3D $\longrightarrow$ 3D):

$$M_R = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & 0 \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & 0 \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrizes de transformações homogêneas

- Escala não-uniforme $\mathbf{S} = (s_x, s_y, s_z)$ (3D $\rightarrow$ 3D):

$$M_{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Projeção: $s_k = 0$
- Espelhamento: $s_k < 0$

Matrizes de transformações homogêneas

- Transformações em sistemas bidimensionais (2D $\rightarrow$ 2D):

  Seguem a idéia das transformações anteriores, descartando-se as operações sobre o eixo **z** (3ª linha e 3ª coluna de cada matriz)

Matrizes de transformações homogêneas

- Projeção perspectiva com distância focal f (3D $\rightarrow$ 2D):

$$M_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{bmatrix}$$

- Projeção paralela (3D $\rightarrow$ 2D):

$$M_{Par} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Demonstração prática de transformações homogêneas

[Demonstração em Matlab. . .]

Estrutura da apresentação

Apresentação do 2º método do Trucco & Verri

[Demonstração em Matlab…]

Perguntas?